ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์ พลศาสตร์ของผลประกอบของฟังก์ชันทั่วและฟังก์ชันมีโรมอร์ฟิก

ผู้เขียน นางสาวเกียรติสุดา มณีรักษ์

ปริญญา วิทยาศาสตรดุษฎีบัณฑิต (คณิตศาสตร์)

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ อ. ดร. ปิยะพงศ์ เนียมทรัพย์ ประธานกรรมการ
ศ. อำนวย ขนันไทย กรรมการ
รศ. ดร. สุเทพ สวนใต้ กรรมการ

บทคัดย่อ

ในวิทยานิพนธ์นี้ เราศึกษาพลศาสตร์ของผลประกอบของฟังก์ชันทั่วและฟังก์ชันมีโรมอร์-ฟิก ประการแรก เราศึกษาผลเฉลยมีโรมอร์ฟิก f บนระนาบเชิงซ้อน $\mathbb{C}$ ของสมการเชิงฟังก์ชัน

$$f \circ S = S^k \circ f \tag{1}$$

เมื่อ $k \geq 2$ และ S แทนการแปลงเชิงเส้นคู่ซึ่งมีจุดตรึงสองจุดในระนาบเชิงซ้อน $\mathbb{C}$ คือจุด a ซึ่งเป็นจุดตรึงดูด และจุด b ซึ่งเป็นจุดตรึงผลัก เราจะแสดงว่ามีผลเฉลยของสมการ (1) เพียงแบบเดียวซึ่งตรึงค่า α, a และ b เมื่อ α คือจำนวนเชิงซ้อนที่แตกต่างจาก a และ b นอกจากนี้เรายังแสดงด้วยว่าเซตจูเลียของผลเฉลยเชิงตรรกยะของสมการ (1) เป็นวงกลมบนทรงกลม

ประการถัดมาเราหาเงื่อนไขเพียงพอสำหรับการมีขอบเขตของส่วนประกอบของเซตฟาทูของผลประกอบของฟังก์ชันทั่วและฟังก์ชันมีโรมอร์ฟิกและพิสูจน์ว่าสำหรับฟังก์ชันมีโรมอร์ฟิก $f_i,\ i = 1, 2, \ldots, m$ ซึ่งมีโพลจำนวนจำกัด อันดับของการเติบโตน้อยกว่า $1/2$ และมีฟังก์ชันอย่างน้อยหนึ่งฟังก์ชันที่มีอันดับล่างของการเติบโตเป็นบวก เซตฟาทูของฟังก์ชัน $g = f_m \circ f_{m-1} \circ \cdots \circ f_1$ จะไม่มีส่วนประกอบที่ไม่มีขอบเขต

ประการสุดท้าย เราศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพลศาสตร์ของฟังก์ชัน $f \circ g$ และฟังก์ชัน $g \circ f$ เมื่อ f และ g เป็นฟังก์ชันในชั้น $\mathbf{M}$ โดยแสดงว่าเมื่อ f และ g เป็นฟังก์ชันในชั้น $\mathbf{M}$ แล้วภายใต้เงื่อนไขบางประการ ส่วนประกอบ U ของเซตฟาทูของฟังก์ชัน $f \circ g$ เป็นโดเมนวันเดอร์ริง ก็ต่อเมื่อส่วนประกอบ V ของเซตฟาทูของฟังก์ชัน $g \circ f$ ซึ่งบรรจุ $g(U)$ เป็นโดเมนวันเดอร์ริง และถ้าส่วนประกอบ U เป็นคาบแล้วส่วนประกอบ V ก็เป็นคาบด้วย และยิ่งกว่านั้น

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

ส่วนประกอบ V ยังเป็นส่วนประกอบชนิดเดียวกันกับส่วนประกอบ U ด้วย ยกเว้นในกรณีที่ส่วนประกอบ U เป็นจานซีเกลหรือวงเฮอร์แมน

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © by Chiang Mai University
All rights reserved

Thesis Title Dynamics of Composite Entire and Meromorphic Functions

Author Miss Keaitsuda Maneeruk

Degree Doctor of Philosophy (Mathematics)

Thesis Advisory Committee

Lecturer Dr. Piyapong Niamsup	Chairperson
Prof. Amnuay Kananthai	Member
Assoc. Prof. Dr. Suthep Suantai	Member

ABSTRACT

In this thesis, we study the dynamics of composite entire and meromorphic functions. First, we study meromorphic solutions f on $\mathbb{C}$ of the following functional equation

$$f \circ S = S^k \circ f \tag{1}$$

where $k \geq 2$ and S is a Mobius transformation which has two fixed points, say a and b in $\mathbb{C}$. Without loss of generality we may assume that a is an attracting fixed point and b is a repelling fixed point of S. We will show that for a given complex number α distinct from a and b, there exists a unique solution of (1) which fixes α, a and b. We also show that the Julia sets of rational solutions of (1) are circles on the sphere.

Next, we give sufficient conditions for boundedness of Fatou components of composite entire and meromorphic functions and prove that if $f_i, i = 1,2,\ldots,m$ are transcendental meromorphic functions with at most finitely many poles of growth order less than $1/2$ of which at least one of them has positive lower order and $g = f_m \circ f_{m-1} \circ \cdots \circ f_1$, then g has no unbounded Fatou components.

Finally, we study the relationship between the dynamics of $f \circ g$ and $g \circ f$ where f and g are two functions in class **M** by showing that if f and g are two functions in class **M**, then under certain conditions a component U of $F(f \circ g)$ is a wandering domain if and only if a component V of $F(g \circ f)$ which contains $g(U)$ is a wandering domain; if U is periodic, then so is V and moreover, V is of the same type according to the classification of periodic components as U unless U is a Siegel disc or Herman ring

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved