ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์ การหาลักษณะเฉพาะสำหรับความไม่เป็นเอกฐานของกราฟบางแบบ

ผู้เขียน นายสุพจน์ สุขแยง

ปริญญา วิทยาศาสตรดุษฎีบัณฑิต (คณิตศาสตร์)

คณะกรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

ดร. สายัญ ปันมา	อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก
รศ. ดร. สรศักดิ์ ลี้รัตนาวลี	อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม
ผศ.ดร. ศรีจันทร์ อาวรณ์	อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อหาดีเทอร์มินันต์ของเมทริกซ์ประชิดของกราฟบางชนิด และหาลักษณะเฉพาะของบางกราฟที่มีเมทริกซ์ประชิดไม่เอกฐาน

สำหรับการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยได้เริ่มจากการศึกษาบทนิยาม ทฤษฎีบทพื้นฐานของวิชาทฤษฎีกราฟ จากนั้นผู้วิจัยได้ทำการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับสมบัติเบื้องต้นของพีชคณิตเชิงเส้น อาทิเช่น สมบัติของค่าเจาะจง สมการลักษณะเฉพาะ เป็นต้น และสำหรับพื้นฐานความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการบนกราฟ ผู้วิจัยได้ศึกษาจากตำราของ N.Biggs จากนั้นผู้วิจัยได้สร้างการดำเนินการบนกราฟขึ้นใหม่ โดยการประยุกต์บทนิยามจากเอกสารงานวิจัยที่ผู้วิจัยได้ศึกษาซึ่งการการดำเนินการบนกราฟที่ผู้วิจัยได้สร้างและสนใจศึกษาได้แก่ กราฟ $P_m(P_n)$, $C_m(P_n)$, $W_m(n)$, $C_m(C_n)$, $P_n \square G$ และ $C_n \square C_n$ สำหรับแนวทางในการวิจัยแบ่งออกเป็น 4 แนวทางดังต่อไปนี้

แนวทางที่ 1 ศึกษาผลงานของ Harary[5] แล้วนำไปประยุกต์หาค่าดีเทอร์มินันต์และหาลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ประชิดของกราฟวัฏจักร กราฟต้นไม้ และกราฟหนังสือ

แนวทางที่ 2 ศึกษาผลงานของ Rara[22] แล้วขยายผลงานโดยใช้เทคนิคของ Harary จากนั้นนำผลที่ได้ไปประยุกต์ใช้หาค่าดีเทอร์มินันต์ของกราฟ $P_m(P_n)$, $C_m(P_n)$, $W_m(n)$, และ $C_m(C_n)$

แนวทางที่ 3 ศึกษาเทคนิควิธีการหาค่าดีเทอร์มินันต์ของ Laplan [ ] แล้วนำไปประยุกต์ใช้หาค่าดีเทอร์มินันต์ของกราฟสองกราฟใด ๆ ที่มีเส้นเชื่อมระหว่างกราฟสองเส้น

แนวทางที่ 4 ศึกษาแนวทางการหาค่าดีเทอร์มินันต์แบบวิธีดำเนินการแถวเบื้องต้นประยุกต์ร่วมกับสมการลักษณะเฉพาะแล้วนำไปหาค่าดีเทอร์มินันต์ของเมทริกซ์ประชิดของกราฟ $P_n \square G$ และ $C_n \square C_n$

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

จากผลการวิจัยพบว่า ลักษณะเฉพาะของกราฟวัฏจักรที่มีเมทริกซ์ประชิดไม่เอกฐานขึ้นอยู่กับจำนวนจุดบนกราฟ สำหรับกราฟต้นไม้ที่มีเมทริกซ์ประชิดไม่เอกฐานขึ้นอยู่กับจำนวนจุดหรือจำนวนเซตสมมูลของกราฟย่อย และ เมทริกประชิดของกราฟหนังสือจะเป็นเมทริกซ์ประชิดไม่เอกฐาน สำหรับกราฟ $P_m(P_n)$, $C_m(P_n)$, $W_m(n)$, $C_m(C_n)$, $P_n \square G$ และ $C_n \square C_n$ สามารถใช้สูตรคำนวณหาได้ตามผลการศึกษาของผู้วิจัย

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

Thesis Title Characterization for Non-singularity of Some Graphs

Author Mr. Supot Sookyang

Degree Doctor of Philosophy (Mathematics)

Thesis Advisory Committee

Dr. Sayan Panma Advisor
Assoc. Prof. Dr. Sorasak Leeratanavalee Co-advisor
Asst. Prof. Dr. Srichan Arworn Co-advisor

ABSTRACT

The objectives of this research are the development of methods and the implementation of existing methods to obtain closed formulas for determinants of graphs. As usual, under the determinant of a graph, we understand the determinant of the adjacency matrix of the graph. If the determinant of the adjacency matrix is non-zero, we say that the graph is non-singular and singular otherwise.

Our studies cover four basic types of graphs: paths, cycles, wheel and complete graphs, and the variety of graphs obtained from those four basic types by using graph operations. For the different families of graphs we obtain closed formulas for the computation of their determinants and we use the obtained formulas to distinguish the singular from non-singular members of the family, that is, we obtain characterization for non-singularity for those types of graphs.

The work starts with an exposition of some basic definitions and results of graph theory and linear algebra, with focus from the latter on eigenvalue properties and characteristic equations. From graph theory we specifically list those graph operations that are used in the work (see also [2], [3], [4], [5]).

The main results of the dissertation are formally divided into four parts and covered in the chapters from three to six.

In the first part (Chapter 3), we apply some results from [5] to find the determinant and to characterize for non-singularity the adjacency matrices of cycles, tree and book graphs.

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

In the second part of the main results (Chapter 4), we expand theory developed in [2] and define new graph operation with the help of which we construct families of graphs called path of paths (denoted $P_m(P_n)$), paths of cycles $(P_m(C_n))$, cycles of paths $(C_m(P_n))$ and cycles of cycles $(C_m(C_n))$ and computed their determinants. Furthermore, we do complete study of generalized wheel graphs $W_m(n)$ as well.

The third major study (Chapter 5) is the development of a technique that can be used to compute the determinant of graph that is formed by joining two simple graphs by two additional edges. The technique is very easy to implement when the graphs are regular, complete, completely regular and so on, as we demonstrate by applying it to compute the determinant of cycles joined by two edges and complete graphs joined by two edges.

The last part that contained original results is focused on the implementation of the characteristic polynomials of the adjacency matrix to find the determinant of box products of paths and cycles.

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved